3 Il teorema di Pitagora e la circonferenza

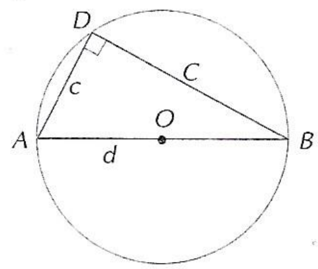
In questo paragrafo vedremo come sia possibile costruire triangoli rettangoli, e quindi applicare il teorema di Pitagora, a partire dalla circonferenza e da alcuni suoi elementi come il raggio, la corda e le tangenti. Esaminiamo i casi più importanti.

Primo caso

Abbiamo studiato che ogni angolo alla circonferenza che insiste su una semicirconferenza è retto, pertanto il triangolo inscritto in una circonferenza avente un lato coincidente con il diametro è rettangolo (***figura 13***). Applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo ABD possiamo dedurre le seguenti relazioni:

$$\boxed{d = \sqrt{C^2 + c^2}} \qquad \boxed{C = \sqrt{d^2 - c^2}} \qquad \boxed{c = \sqrt{d^2 - C^2}}$$

Figura 13

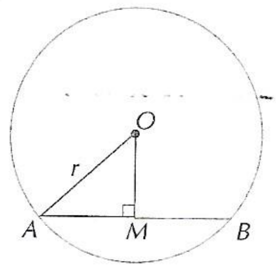


Secondo caso

Se in una circonferenza di centro O tracciamo una corda AB, il triangolo formato dal raggio OA, dalla distanza OM della corda dal centro e da metà della corda stessa (AM) è rettangolo (***figura 14***). Applicando il teorema di Pitagora a tale triangolo possiamo dedurre le seguenti relazioni:

$$\boxed{r = \sqrt{\overline{OM}^2 + \overline{AM}^2}} \qquad \boxed{\overline{OM} = \sqrt{r^2 - \overline{AM}^2}} \qquad \boxed{\overline{AM} = \sqrt{r^2 - \overline{OM}^2}}$$

Figura 14

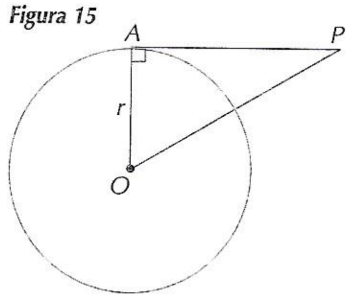


Terzo caso

In una circonferenza il segmento tangente condotto da un punto esterno P, il raggio passante per il punto di tangenza A e la distanza PO tra il punto P e il centro O della circonferenza stessa formano un triangolo rettangolo (***figura 15***).
Applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo AOP possiamo dedurre le seguenti relazioni:

$$\boxed{\overline{OP} = \sqrt{r^2 + \overline{PA}^2}} \qquad \boxed{r = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{PA}^2}} \qquad \boxed{\overline{PA} = \sqrt{\overline{OP}^2 - r^2}}$$

Figura 15



Quarto caso

In una circonferenza di centro O, il segmento di tangente PA passante per uno degli estremi del diametro, il segmento secante e il diametro stesso formano un triangolo rettangolo (***figura 16***).
Applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo ABP possiamo dedurre le seguenti relazioni:

$$\boxed{\overline{PB} = \sqrt{d^2 + \overline{PA}^2}} \qquad \boxed{d = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PA}^2}} \qquad \boxed{\overline{PA} = \sqrt{\overline{PB}^2 - d^2}}$$

Figura 16