

Algebra: i monomi



Definizioni

Variabile: lettera che rappresenta un numero incognito o generico.

Monomio: espressione algebrica nella quale compaiono solo moltiplicazioni tra numeri e variabili elevate a potenze con esponente positivo. Ad esempio le seguenti espressioni

$$3a^3b^2 \quad -2a^2b \quad \frac{4}{3}a^5b^2 \quad \sqrt{3}a^3b^5$$

sono monomi. In un monomio si identificano un **coefficiente** (la parte numerica) e una **parte letterale**.

Coefficiente  3 a^3b^2  parte letterale

Monomi simili: due monomi si dicono **simili** se hanno uguale parte letterale.

Grado di un monomio rispetto a una variabile: è l'esponente al quale è elevata tale variabile. Ad esempio il grado del monomio $5a^3b^4$ rispetto alla variabile b è 4.

Grado (complessivo) di un monomio: è la somma degli esponenti delle variabili presenti nel monomio. Ad esempio il grado (complessivo) del monomio $5a^3b^4$ è 7.

Somma tra monomi

Per eseguire una somma tra monomi procedere in questo modo:

1. Identificare i monomi simili
2. Per ogni gruppo di monomi simili scrivere un monomio con
 - a. Coefficiente uguale alla somma algebrica dei coefficienti dei monomi simili
 - b. Parte letterale uguale alla parte letterale dei monomi simili
3. Eseguire le somme algebriche all'interno dei coefficienti

Ricordarsi che:

- Quando in un monomio non compare il coefficiente, si considera un coefficiente pari a +1 o -1 a seconda del segno che compare davanti al monomio, ad esempio:

$$4ab - ab = (4 - 1)ab = 3ab$$

- I termini ottenuti raggruppando i monomi simili vanno sommati tra loro. Se un coefficiente risulterà essere negativo il segno verrà messo davanti al monomio. Ad esempio:

$$\begin{aligned} 2a^3b^2 + 3a^3b^2 + 2ab - 4ab &= \\ (2 + 3)a^3b^2 + (2 - 4)ab &= \\ 5a^3b^2 - 2ab & \end{aligned}$$

Esempio: eseguire la somma tra i seguenti monomi:

$$3a^3b^2 - 2a^2b + 5a^3b^5 + 7a^2b - 10a^3b^2 - 6a^3b^5 + 2a^3b^2 + 3a^2b - 7a^3b^2 - a^2b$$

- 1) Identifichiamo i termini simili

$$3\underline{a^3b^2} - 2\underline{a^2b} + 5\underline{a^3b^5} + 7\underline{a^2b} - 10\underline{a^3b^2} - 6\underline{a^3b^5} + 2\underline{a^3b^2} + 3\underline{a^2b} - 7\underline{a^3b^2} - \underline{a^2b}$$

- 2) Per ciascun gruppo di monomi simili scriviamo la somma dei coefficienti (con il loro segno) moltiplicata per la corrispondente parte letterale. I termini ottenuti vanno sommati tra loro

$$(3 - 10 + 2 - 7)\underline{a^3b^2} + (-2 + 7 + 3 - 1)\underline{a^2b} + (5 - 6)\underline{a^3b^5}$$

- 3) Eseguiamo le somme algebriche tra le parentesi

$$-12a^3b^2 + 7a^2b - a^3b^5$$

Prodotto tra monomi

Il prodotto tra due monomi è un monomio che ha:

- Un coefficiente uguale al prodotto dei due coefficienti
- Una parte letterale dove compaiono tutte le variabili presenti nei due monomi con esponente uguale alla somma dei loro esponenti

Esempio:

$$(-3a^3b^2c^4) \cdot (4a^2b) = -12a^5b^3c^4$$

Ricordarsi che:

- se una variabile non ha esponente è come se avesse esponente 1 (variabile b dell'esempio)
- se una variabile è presente solo in uno dei due monomi allora nel risultato avrà lo stesso esponente che aveva prima (variabile c dell'esempio).

Divisione tra monomi

La divisione tra monomi è un'espressione letterale che ha:

- Un coefficiente uguale alla divisione tra i due coefficienti
- Una parte letterale dove compaiono tutte le variabili presenti nei due monomi con esponente uguale alla differenza degli esponenti

Esempio:

$$(12a^5b^4c^2):(-4a^2b) = -3a^3b^3c^2$$

La divisione tra monomi può risultare in una espressione che non è un monomio, ad esempio:

$$(12a^4b^2):(-3a^2b^5) = -4a^2b^{-3}$$

Il risultato non è un monomio perché la variabile b ha un esponente negativo.

Potenza di un monomio

La potenza di un monomio è un monomio che ha

- Un coefficiente uguale al coefficiente elevato alla potenza
- Una parte letterale dove compaiono tutte le variabili presenti nel monomio di partenza con esponente uguale al prodotto tra l'esponente iniziale e quello della potenza a cui è elevato il monomio

Ad esempio:

$$(-2ab^3c^2)^3 = -8a^3b^9c^6$$